

情報工学

予想問題 第3回

(FA 年・プロセッサ年の再来)

必須問題：問題 1・2 選択問題：問題 4・6・7 より 2 問選択

試験時間：3 時間 配点：500 点満点

2018～2026 年度（一部 2006～2017 年度）の過去問分析に基づく自作予想問題

作成：Claude (Anthropic)

1 【必須問題】 アルゴリズムとプログラミング

配点：(1) 20 点, (2) 25 点, (3) 15 点, (4) 35 点, (5) 30 点

次ページの図 1 は ANSI C で記述されたプログラムである。大域変数 `count` は 22 行目が実行された回数を数えるカウンタである。図 1 のプログラムに関する以下の各問に答えよ。

(1) 40 行目のループがすべて完了した時点の木を図 2 に示す。空欄①～③に入るキーを答えよ。

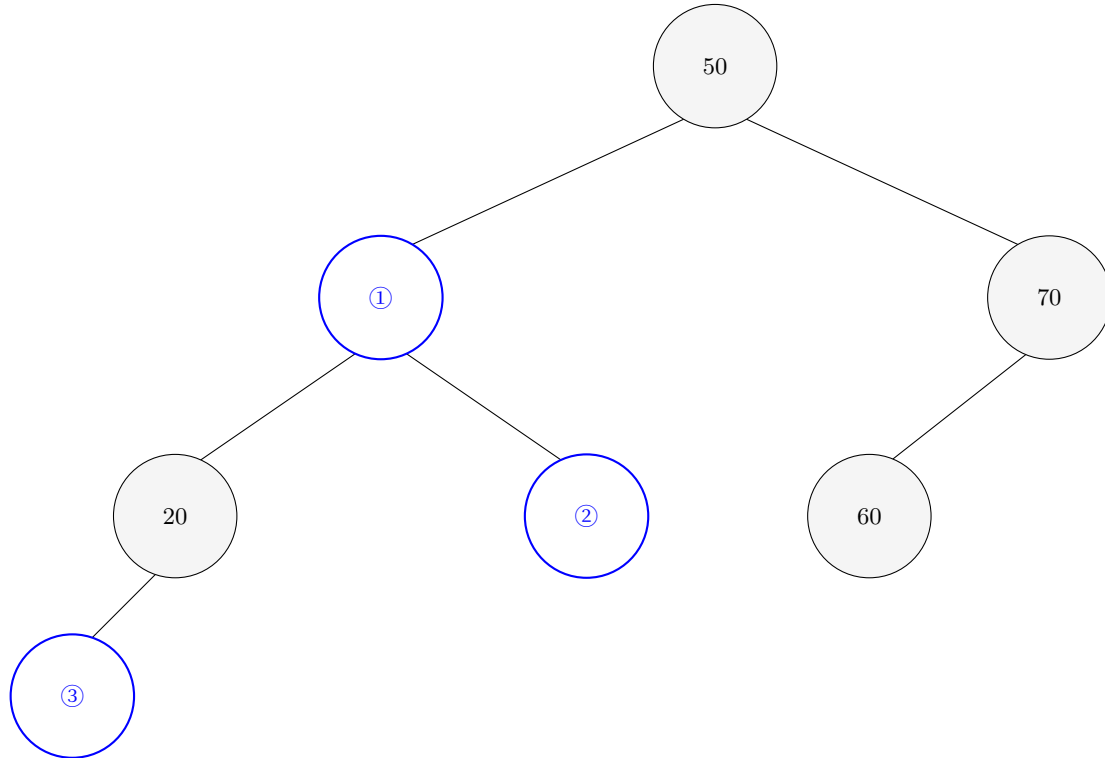


図 2 挿入完了後の二分探索木

- (2) 図 1 のプログラムが開始してから終了するまでに出力される内容をすべて記述せよ。また、二分探索木で中間順巡回 (inorder traversal) を行うと必ずキーが昇順に出力される理由を 1～2 行で述べよ。
- (3) 43 行目の `search(root, 40)` の実行中に 23 行目で `p->key` と比較されるキーを、訪問順にすべて列挙せよ。
- (4) 空の木にサイズ n のキー列を昇順で挿入する場合を考える。 k 番目のキーの挿入で 13 行目の条件式が評価される回数を k で表し、挿入全体での評価回数の総和を n を用いて示せ (総和計算の過程も示すこと)。また、このとき完成する木において、根から最も深い節点までの経路上の節点数を答えよ。
- (5) 挿入されるキー列の順序によらず `search` の比較回数を $O(\log n)$ に保つには、木にどのような性質が必要か。その性質を述べ、その性質の下で比較回数が $O(\log n)$ で抑えられる理由を 2～3 行で説明せよ。

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 int count = 0;
4 typedef struct node {
5     int key;
6     struct node *left, *right;
7 } node_t;
8
9 node_t *insert(node_t *p, int key) {
10     if (p == NULL) {
11         p = (node_t *)malloc(sizeof(node_t));
12         p->key = key; p->left = p->right = NULL;
13     } else if (key < p->key) {
14         p->left = insert(p->left, key);
15     } else {
16         p->right = insert(p->right, key);
17     }
18     return p;
19 }
20 node_t *search(node_t *p, int key) {
21     while (p != NULL) {
22         count++;
23         if (key == p->key) return p;
24         else if (key < p->key) p = p->left;
25         else p = p->right;
26     }
27     return NULL;
28 }
29 void inorder(node_t *p) {
30     if (p != NULL) {
31         inorder(p->left);
32         printf("%d ", p->key);
33         inorder(p->right);
34     }
35 }
36
37 int main(void) {
38     int keys[7] = {50, 30, 70, 20, 40, 60, 10};
39     node_t *root = NULL;
40     for (int i = 0; i < 7; i++) root = insert(root, keys[i]);
41     inorder(root);
42     printf("\n");
43     node_t *p = search(root, 40);
44     printf("%d %d\n", (p != NULL), count);
45     return 0;
46 }

```

図1 プログラム

2 【必須問題】 計算機システムとシステムプログラム

配点：(1-1) 15 点, (1-2) 15 点, (1-3) 15 点, (2-1) 20 点, (2-2) 20 点, (2-3) 20 点, (2-4) 20 点

(1) 単一サイクルプロセッサ (single-cycle processor) の性能について以下の各小問に答えよ。あるプロセッサは、命令の実行を以下の 5 つの段階に分けて処理する。各段階に要する時間を表 1 に示す。

段階	IF	ID	EX	MEM	WB
所要時間 [ns]	2.0	1.0	2.0	2.0	1.0

表 1 各段階の所要時間

なお、命令の種類ごとに必要な段階は表 2 のとおりである。

命令の種類	IF	ID	EX	MEM	WB	出現頻度
演算命令	○	○	○	—	○	50 %
ロード命令	○	○	○	○	○	25 %
ストア命令	○	○	○	○	—	15 %
分岐命令	○	○	○	—	—	10 %

表 2 命令の種類ごとに必要な段階と出現頻度

(1-1) すべての命令を 1 クロックサイクルで実行する単一サイクルプロセッサを構成する場合、クロックサイクル時間は最も時間のかかる命令に合わせる必要がある。このプロセッサのクロックサイクル時間を求めよ。また、そのように決まる理由を 1, 2 行で述べよ。

(1-2) 命令の種類ごとに必要な段階の所要時間だけを費やして実行できる可変長サイクルの方式を仮定した場合、1 命令あたりの平均実行時間を表 2 の出現頻度を用いて求めよ。

(1-3) 小問 (1-1) の単一サイクル方式に対する、小問 (1-2) の可変長サイクル方式の速度向上率を求めよ。また、実際のプロセッサで可変長サイクル方式が採用されにくい理由を 1, 2 行で述べよ。

(2) 次に、IF, ID, EX, MEM, WB の 5 つのステージからなる同期型パイプラインプロセッサ (pipelined processor) を考える。1 クロックサイクルで 1 ステージを実行する。以下の各小問に答えよ。

(2-1) 単一サイクルプロセッサ (全命令を 1 サイクルで実行, サイクル時間 T) を 5 ステージに均等分割してパイプライン化した。ステージ間レジスタの遅延は無視できるとする。パイプライン化後のクロックサイクル時間と、十分多数の命令を実行したときのスループット (throughput) の向上率を答えよ。

(2-2) 以下の命令列を考える。1w はメモリからのロード命令である。

```
I1: lw  r1, 0(r2)      # r1 <- Mem[r2+0]
I2: add r3, r1, r4     # r3 <- r1 + r4
I3: sub r5, r3, r6     # r5 <- r3 - r6
```

フォワーディング (forwarding) 機構がなく、レジスタへの書き込みは WB ステージ、読み出しは ID ステージで行われるとする (同一サイクルの WB での書き込みと ID での読み出しは、書き込みが先に行われるものとする)。I1 の IF を第 1 サイクルとして、各命令の各ステージが実行されるサイクルを表で示し、I1~I3 の完了までに必要な総サイクル数を答えよ。

(2-3) EX/MEM および MEM/WB ステージ間レジスタから EX ステージ入力へのフォワーディング機構を追加した場合について、小問 (2-2) と同様に表で示し総サイクル数を答えよ。また、フォワーディングを追加してもストール (stall) が完全にはなくなる理由を、I1 と I2 の関係に着目して 2, 3 行で説明せよ。

(2-4) ハザード (hazard) が発生しないと仮定する。 k ステージのパイプラインで N 命令を実行するのに必要なサイクル数を k, N で表せ。また、非パイプライン実行 (1 命令 k サイクル) に対する速度向上率を求

め、 $N \rightarrow \infty$ の極限を示せ。さらに、分岐命令によって生じるハザードの名称を答え、その影響を軽減する代表的な手法を一つ挙げて仕組みを 2, 3 行で説明せよ。

4 【選択問題】 計算理論

配点：(1-1) 30 点, (1-2) 15 点, (2) 35 点, (3-1) 10 点, (3-2) 35 点

決定性有限オートマトン (DFA: deterministic finite automaton) は $(Q, \Sigma, \delta, q, F)$ で表される。ここで Q は状態 (state) の有限集合, Σ は入力記号 (input symbol) の有限集合であるアルファベット (alphabet), $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ は遷移関数 (transition function), $q \in Q$ は開始状態 (start state), $F \subseteq Q$ は受理状態 (accepting state) の集合である。DFA M が受理 (accept) する全ての語 (word) の集合を, M が認識 (recognize) する言語 (language) とし, $L(M)$ で表す。状態遷移図 (state transition diagram) は, 開始状態には太い矢印 (thick arrow) を付与し, 受理状態は二重丸 (double circle) で表現する。以下の各問に答えよ。

(1) アルファベット $\Sigma = \{a, b\}$ 上の DFA M を表 1 の状態遷移表 (state transition table) で定める。開始状態は q_0 , 受理状態の集合は $\{q_5\}$ である。

状態	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	q_3	q_4
q_2	q_4	q_3
q_3	q_5	q_5
q_4	q_5	q_5
q_5	q_5	q_5

表 1 DFA M の状態遷移表

(1-1) $L(M') = L(M)$ を満たし, かつ状態数が最小の DFA M' を求め, 状態遷移図の形で示せ。ただし, 受理状態の集合と受理状態でない状態の集合による 2 分割から始めて分割を細分化していく方法を用い, 各段階における分割の様子も示すこと。また, M' の各状態が M のどの状態の集合に対応するかも記述すること。

(1-2) $L(M)$ がどのような言語であるかを簡潔に述べよ。

(2) DFA $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ と $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ とする。このとき, $L(M_1) \cap L(M_2)$ を認識する DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$ を構成したい。空欄 (a)~(f) を埋めて定義を完成させよ。

$$Q = \{ \text{[空欄 a]} \mid r_1 \in Q_1, r_2 \in Q_2 \}$$

$$\delta(\text{[空欄 b]}, a) = \text{[空欄 c]} \quad (\forall r_1 \in Q_1, \forall r_2 \in Q_2, \forall a \in \Sigma)$$

$$q = \text{[空欄 d]}$$

$$F = \{ \text{[空欄 e]} \mid \text{[空欄 f]} \}$$

(3) 言語 $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ に含まれる } 0 \text{ の個数と } 1 \text{ の個数が等しい} \}$ が正則言語 (regular language) ではないことを示したい。以下の各小問に答えよ。ただし, 言語 $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ が正則言語でないことは証明済みとして用いてよい。

(3-1) 正則表現 (regular expression) 0^*1^* が表す言語を L_0 とする。 $L \cap L_0$ がどのような言語になるかを, 集合の形で示せ。

(3-2) 正則言語が積集合 (intersection) について閉じて (closed) いることを利用し, L が正則言語でないことを背理法 (proof by contradiction) により証明せよ。

6 【選択問題】 電子回路と論理設計

配点：(1-1) 15 点, (1-2) 15 点, (2-1) 15 点, (2-2) 15 点, (3) 15 点, (4-1) 25 点, (4-2) 25 点

(1) CMOS 回路に関する以下の各小問に答えよ。

(1-1) 2 入力 NAND を CMOS で構成する場合, pMOS トランジスタと nMOS トランジスタをそれぞれ何個, どのように (直列/並列) 接続するかを述べ, 回路図を描け。

(1-2) CMOS 論理回路で, プルアップ側に pMOS・プルダウン側に nMOS を用いる理由を, 各トランジスタが劣化なく通せる論理レベルに着目して 2~3 行で説明せよ。

(2) 全加算器 (入力 a, b, c_{in} , 出力 s, c_{out}) について以下に答えよ。

(2-1) s と c_{out} の論理式を示せ (s は排他的論理和を用いてよい)。

(2-2) 半加算器 2 個と OR ゲート 1 個を用いて全加算器を構成する方法を, ブロック図で示せ。

(3) 全加算器を 4 個直列に接続したリップルキャリー加算器を考える。1 個の全加算器において入力から桁上げ出力までの遅延を τ とし, 他の遅延は無視する。最下位の桁上げ入力に変化してから最上位の桁上げ出力が確定するまでの最悪遅延を求めよ。また, この遅延を改善する加算器の方式名を 1 つ挙げよ。

(4) 制御入力 u を持つ同期式 2 ビットカウンタを設計する。 $u = 1$ のときアップカウント ($00 \rightarrow 01 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 00$), $u = 0$ のときダウンカウント ($00 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 01 \rightarrow 00$) とする。状態は 2 個の D フリップフロップの出力 (y_1, y_0) で表す。

(4-1) 入力 u と現状態 (y_1, y_0) に対する次状態 (D_1, D_0) の状態遷移表を示せ。

(4-2) D_1, D_0 の最簡積和形をそれぞれ求めよ (カルノー図を示すこと)。簡単化できない場合はその旨を述べ, 排他的論理和を用いた等価な表現も示せ。

7 【選択問題】 数学解析と信号処理

配点：(1-1) 15 点, (1-2) 20 点, (1-3) 15 点, (2-1) 10 点, (2-2) 25 点, (2-3) 15 点, (2-4) 15 点, (2-5) 10 点

連続時間系と離散時間系のそれぞれについて、以下の各問に答えよ。ただし導出の過程も示すこと。 j を虚数単位 (imaginary unit) とする。

(1) 連続時間の線形時不変システム (continuous-time linear time-invariant system) について考える。入力 $x(t)$, 出力 $y(t)$, および伝達関数 (transfer function) $H(s) = \mathcal{L}[h(t)]$ の関係は、インパルス応答 (impulse response) $h(t)$ を用いて $y(t) = \int_0^t h(\tau)x(t-\tau)d\tau$ で与えられるものとする。いま、システムが微分方程式 (differential equation)

$$\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = x(t) \quad (t \geq 0, y(0) = 0)$$

で表されるとする。

(1-1) 両辺をラプラス変換 (Laplace transform) することにより、伝達関数 $H(s) = Y(s)/X(s)$ を求めよ。

(1-2) 入力を単位ステップ関数 (unit step function) $x(t) = 1$ ($t \geq 0$) としたときの出力 $y(t)$ を、逆ラプラス変換により求めよ。また $t \rightarrow \infty$ における $y(t)$ の値を求めよ。

(1-3) このシステムの極 (pole) を求め、その位置に基づいてシステムが安定 (stable) であるか否かを判定せよ。

(2) 次に、離散時間の線形時不変システム (discrete-time linear time-invariant system) について考える。入力を $x[n]$, 出力を $y[n]$ とし、 n は整数 (integer), ω は正規化角周波数 (normalized angular frequency) [rad/sample] とする。インパルス応答 $h[n]$ をもつシステムの出力は畳み込み和 (convolution sum) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$ で与えられ、その離散時間フーリエ変換 (discrete-time Fourier transform) である周波数応答 (frequency response) は

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{-j\omega n}$$

で与えられるものとする。いま、正の整数 N に対して

$$h[n] = \begin{cases} \frac{1}{N} & (0 \leq n \leq N-1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

であるシステム (N 点移動平均フィルタ (moving average filter)) を考える。

(2-1) 出力 $y[n]$ を、 $x[n], x[n-1], \dots$ を用いた具体的な形で書き下せ。また、このシステムが FIR (finite impulse response) フィルタであるといえる理由を 1, 2 行で述べよ。

(2-2) 周波数応答 $H(e^{j\omega})$ を等比級数 (geometric series) の和を用いて計算し、以下の形になることを示せ。

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} e^{-j\omega(N-1)/2} \frac{\sin(N\omega/2)}{\sin(\omega/2)}$$

(2-3) $0 < \omega \leq \pi$ の範囲で $|H(e^{j\omega})| = 0$ となる ω をすべて示せ。また、 $\omega \rightarrow 0$ における $|H(e^{j\omega})|$ の値を求め、このフィルタが低域通過 (low-pass) フィルタとして機能することを説明せよ。

(2-4) 小問 (2-2) の結果より、このフィルタの位相 (phase) 特性が ω の一次式で表される線形位相 (linear phase) 特性であることを指摘せよ。また、線形位相であることが信号処理上どのような利点をもつかを、通過帯域 (passband) 内の各周波数成分の遅延 (delay) に着目して 2, 3 行で説明せよ。

(2-5) $N = 4$ とする。入力として $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$ を与えたときの出力 $y[n]$ を、すべての n について求めよ。ここで $\delta[n]$ は単位インパルス (unit impulse) であり、 $\delta[0] = 1$, $n \neq 0$ のとき $\delta[n] = 0$ である。