

情報工学

予想問題 第6回

(基礎技法の総点検年)

必須問題：問題 1・2 選択問題：問題 4・6・7 より 2 問選択

試験時間：3 時間 配点：500 点満点

2006～2026 年度の過去問分析に基づく自作予想問題

作成：Claude (Anthropic)

1 【必須問題】 アルゴリズムとプログラミング

配点：(1-1) 15 点, (1-2) 20 点, (2-1) 20 点, (2-2) 15 点, (3-1) 20 点, (3-2) 15 点, (3-3) 20 点

次ページの図 1 は ANSI C で記述されたプログラム (program) であり, ハッシュ法 (hashing) による集合の管理を, 線形探索法 (linear probing) を用いた開番地法 (open addressing) で実装している。ハッシュ表 (hash table) の大きさは $M = 11$, ハッシュ関数 (hash function) は $h(k) = k \bmod M$ である。配列 T の各要素は, 空きを表す EMPTY ($= -1$) で初期化されている。大域変数 count は 22 行目が実行された回数を数えるカウンタである。図 1 のプログラムに関する以下の各問に答えよ。

(1) プログラムの動作について以下の各小問に答えよ。

(1-1) プログラムが正しく動作するように, 空欄 (a), (b) を埋めよ。ただし, 表が満杯になることはないものとする。

(1-2) 32 行目のループがすべて完了した時点でのハッシュ表 T の内容を, 表の形で示せ (空き要素は空欄でよい)。また, 各キーの挿入において insert 内のループが実行された回数をそれぞれ答えよ。

(2) 探索の動作について以下の各小問に答えよ。

(2-1) 図 1 のプログラムが開始してから終了するまでに出力される内容をすべて記述せよ。

(2-2) 小問 (1-2) の状態のハッシュ表に対してキー 37 を探索した場合, search 内で T の要素が参照される回数を答えよ。また, 参照される要素の添字を順に列挙せよ。

(3) ハッシュ法の性能と設計について以下の各小問に答えよ。

(3-1) 表の大きさを M , 格納されている要素数を n とするとき, 負荷率 (load factor) を $\alpha = n/M$ と定める。線形探索法では, 探索が成功する場合の平均比較回数はおよそ $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1-\alpha} \right)$, 失敗する場合はおよそ $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{(1-\alpha)^2} \right)$ で与えられることが知られている。小問 (1-2) の状態における α を求め, 成功時・失敗時それぞれの平均比較回数を小数第 2 位まで求めよ。また, α が 1 に近づくときに何が起こるかを 1, 2 行で述べよ。

(3-2) 線形探索法では, 衝突 (collision) したキーが表上で連続した塊を作り, その塊がさらに衝突を呼ぶ現象が生じる。この現象の名称を答えよ。また, これを緩和する探査方法を一つ挙げ, その方法における探査位置の決め方を式で示せ。

(3-3) 開番地法において, あるキーを表から単純に削除して EMPTY に戻すと, 別のキーの探索が正しく行えなくなることがある。小問 (1-2) の表を用いて, そのような具体例を一つ挙げて説明せよ。また, この問題を回避する一般的な方法を 1, 2 行で述べよ。

```
1 #include <stdio.h>
2 #define M 11
3 #define EMPTY (-1)
4
5 int T[M];
6 int count = 0;
7
8 int hash(int k) {
9     return k % M;
10 }
11
12 void insert(int k) {
13     int i = hash(k);
14     while (T[i] != EMPTY) {
15         i = [ (a) ];
16     }
17     T[i] = k;
18 }
19
20 int search(int k) {
21     int i = hash(k);
22     while (T[i] != EMPTY) {
23         count++;
24         if (T[i] == k) return i;
25         i = [ (b) ];
26     }
27     count++;
28     return -1;
29 }
30
31 int main(void) {
32     int keys[6] = {22, 15, 8, 33, 4, 26};
33     for (int i = 0; i < M; i++) T[i] = EMPTY;
34     for (int i = 0; i < 6; i++) insert(keys[i]);
35
36     printf("%d\n", search(26));
37     printf("%d\n", search(8));
38     printf("%d\n", count);
39     return 0;
40 }
```

図1 プログラム

【2】 【必須問題】 計算機システムとシステムプログラム

配点：(1-1) 10 点, (1-2) 15 点, (1-3) 20 点, (1-4) 15 点, (2-1) 15 点, (2-2) 20 点, (2-3) 15 点, (2-4) 15 点

(1) 計算機における整数の表現 (representation) と算術演算 (arithmetic operation) について以下の各小問に答えよ。以下では 8 ビットの 2 の補数表現 (two's complement) を用いる。

(1-1) 10 進数 -45 を 8 ビットの 2 の補数表現で表し, 2 進数および 16 進数でそれぞれ示せ。導出の過程も示すこと。

(1-2) 8 ビットの 2 の補数表現で表せる整数の範囲を示せ。また, 正の数と負の数で表せる個数が一致しない理由を 1, 2 行で述べよ。

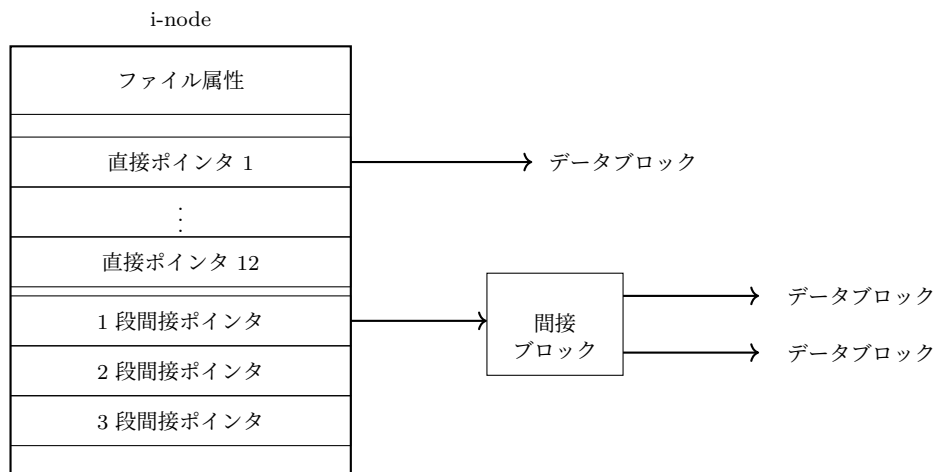
(1-3) 8 ビットの 2 の補数表現において, $100 + 50$ を計算した結果を 2 進数で示し, これを符号付き整数として解釈したときの値を答えよ。また, このような誤りが生じたことを検出する方法を, 加算結果の最上位ビットと二つの被加数の最上位ビットの関係に基づいて述べよ。

(1-4) 2 の補数表現において, ある数 x の符号を反転した $-x$ を求める操作は「全ビットを反転して 1 を加える」ことで実現できる。 $x = -128$ (8 ビット) に対してこの操作を適用した結果を求め, 得られた結果がなぜ正しくないのかを 1, 2 行で説明せよ。

(2) ファイルシステム (file system) におけるファイルの領域割り当てについて以下の各小問に答えよ。ディスクのブロックサイズ (block size) を 4 KiB, ブロックを指すポインタ (pointer) の大きさを 4 バイトとする。

(2-1) ファイルの領域割り当て方式には, 連続割り当て (contiguous allocation), 連結割り当て (linked allocation), 索引割り当て (indexed allocation) がある。このうち連続割り当てについて, 長所と短所をそれぞれ一つずつ挙げよ。

(2-2) 索引割り当ての一形式として, 図 2 に示す i-node 方式を考える。i-node は 12 個の直接ポインタ (direct pointer), 1 個の 1 段間接ポインタ (single indirect pointer), 1 個の 2 段間接ポインタ (double indirect pointer), 1 個の 3 段間接ポインタ (triple indirect pointer) をもつ。1 個の間接ブロックには, ブロックサイズいっぱいポインタが格納される。



1 個の間接ブロックに格納できるポインタの個数を求めよ。さらに, この方式で表現できるファイルの最大の大きさを求めよ (TiB 単位で小数第 2 位まで)。

(2-3) 大きさ 10 MiB のファイルを格納する場合を考える。このファイルが占めるデータブロックの個数を求めよ。また, そのうち何個が直接ポインタで, 何個が 1 段間接ポインタを経由して参照されるかを答えよ。

(2-4) 小問 (2-3) のファイルにおいて, 先頭から 10 MiB 目付近にあるデータを読み出す場合, i-node が主記憶上にあるとして, 目的のデータブロックに到達するまでに何回のディスクアクセスが必要かを答えよ。

また、連結割り当ての場合に同じ位置のデータへアクセスするには何回のディスクアクセスが必要かを述べ、両者を比較して索引割り当ての利点を 1, 2 行で説明せよ。

4 【選択問題】 計算理論

配点：(1-1) 15 点, (1-2) 20 点, (1-3) 20 点, (2-1) 20 点, (2-2) 20 点, (3) 30 点

非決定性有限オートマトン (NFA: nondeterministic finite automaton) は $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ で表される。 Q は状態 (state) の有限集合, Σ は入力アルファベット (input alphabet), δ は遷移関数 (transition function), q_0 は開始状態 (start state), $F \subseteq Q$ は受理状態 (accepting state) の集合である。 ε 遷移 (ε -transition) を許す NFA を ε -NFA と呼ぶ。状態遷移図 (state transition diagram) は, 開始状態には太い矢印 (thick arrow) を付与し, 受理状態は二重丸 (double circle) で表現する。

状態 q の ε 閉包 (ε -closure) を $\text{ECLOSE}(q)$ とし, q から ε 遷移のみを 0 回以上たどって到達できる状態全体の集合と定める。状態集合 S に対しては $\text{ECLOSE}(S) = \bigcup_{q \in S} \text{ECLOSE}(q)$ とする。以下の各問に答えよ。アルファベットは $\Sigma = \{a, b\}$ とする。

(1) 正則表現 (regular expression) $r = (a \mid b)^* ab$ について以下の各小問に答えよ。

(1-1) r が表す言語 (language) を日本語で簡潔に述べよ。また, r が表す言語に属する長さ 3 以下の語をすべて列挙せよ。

(1-2) 図 1 は r に対応する ε -NFA N の状態遷移図である。 $\text{ECLOSE}(q_0)$ を求めよ。さらに, N において状態集合 $\{q_0\}$ から入力 a を 1 文字読んだ後に到達しうる状態の集合を, ε 閉包をとった形で求めよ。

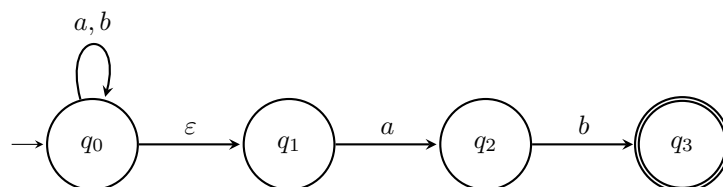


図 1 ε -NFA N の状態遷移図

(1-3) サブセット構成法 (subset construction) により N と等価な決定性有限オートマトン (DFA: deterministic finite automaton) を構成せよ。到達可能な部分集合のみを状態とし, 状態遷移図の形で示すこと。また, 得られた DFA の状態数を答えよ。

(2) 言語 $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ に含まれる } a \text{ の個数が } 3 \text{ の倍数}\}$ および $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ は } bb \text{ を部分文字列 (substring) とし}\}$ を考える。

(2-1) L_1 を認識する最小の DFA と, L_2 を認識する最小の DFA を, それぞれ状態遷移図の形で示せ。

(2-2) $L_1 \cap L_2$ を認識する DFA を直積構成 (product construction) により構成したとき, その状態数を答えよ。また, $L_1 \cap L_2$ に属する語のうち長さが最小で空列でないものを一つ示せ。

(3) 言語 $L_3 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$ (すなわち a の個数が平方数である語全体) が正則言語 (regular language) でないことを, 以下に示す正則言語に対する反復補題 (pumping lemma) を用いて証明せよ。

正則言語に対する反復補題

L を正則言語とすると, 次の条件を満たす正の整数 p が存在する: $w \in L$, $|w| \geq p$ ならば $w = xyz$ ($|xy| \leq p$, $|y| \geq 1$) と分解でき, 任意の $k \geq 0$ に対して $xy^kz \in L$ である。

(ヒント: $w = a^{p^2}$ を選び, $k = 2$ としたときの語の長さが p^2 と $(p+1)^2$ の間に挟まれることを示せ。)

6 【選択問題】電子回路と論理設計

配点：(1-1) 15 点, (1-2) 20 点, (1-3) 15 点, (1-4) 15 点, (2-1) 15 点, (2-2) 25 点, (2-3) 20 点

(1) 図 1 に示す RC 直列回路について以下の各小問に答えよ。 $R = 2.0\text{ k}\Omega$, $C = 5.0\text{ }\mu\text{F}$, 直流電圧源の電圧を $E = 10\text{ V}$ とする。時刻 $t < 0$ ではスイッチ S は開いており, コンデンサの電荷は 0 であった。時刻 $t = 0$ でスイッチ S を閉じる。

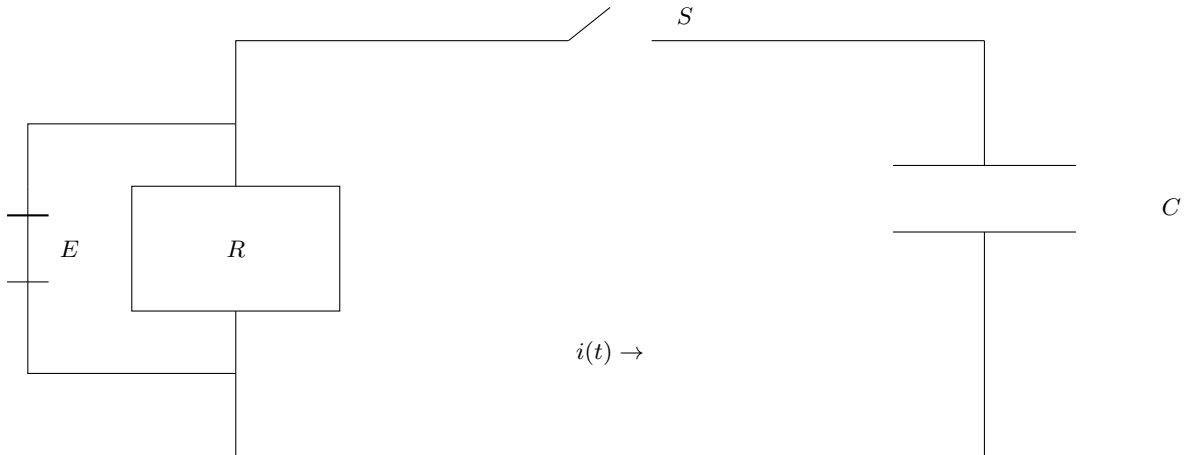


図 1 RC 直列回路

(1-1) $t \geq 0$ におけるコンデンサの端子電圧を $v_C(t)$ とする。回路方程式を立て, $v_C(t)$ が満たす微分方程式 (differential equation) を示せ。

(1-2) 小問 (1-1) の微分方程式を初期条件 $v_C(0) = 0$ のもとで解き, $v_C(t)$ を求めよ。また, 回路を流れる電流 $i(t)$ を求めよ。

(1-3) この回路の時間定数 (time constant) τ を求めよ。また, $t = \tau$ および $t = 3\tau$ における v_C の値をそれぞれ有効数字 3 桁で求めよ。

(1-4) v_C が E の 99% に達するまでに要する時間を, τ の何倍かという形で示し, さらに具体的な数値を [ms] 単位で有効数字 3 桁で求めよ。

(2) 4 個の D フリップフロップ (D flip-flop) Y_3, Y_2, Y_1, Y_0 を用いた 4 ビットのシフトレジスタ (shift register) を考える。各フリップフロップの出力を y_3, y_2, y_1, y_0 とし, クロック信号 (clock signal) の立ち上がりで状態が更新される。

(2-1) 直列入力 (serial input) x を Y_3 に与え, 右方向にシフトする回路を構成したい。各フリップフロップの入力 D_3, D_2, D_1, D_0 を, x および y_3, y_2, y_1, y_0 を用いた式で示せ。また, 初期状態を $(y_3, y_2, y_1, y_0) = (0, 0, 0, 0)$ として入力系列 $x = 1, 0, 1, 1$ を順に与えたときの, 各クロック後の状態を表で示せ。

(2-2) 次に, $D_3 = y_0 \oplus y_1$, $D_2 = y_3$, $D_1 = y_2$, $D_0 = y_1$ という接続を考える。これは線形帰還シフトレジスタ (linear feedback shift register) と呼ばれる回路である。初期状態を $(y_3, y_2, y_1, y_0) = (0, 0, 0, 1)$ としたとき, 状態が初期状態に戻るまでの遷移をすべて順に列挙し, 周期 (period) を答えよ。

(2-3) 小問 (2-2) の回路において, 状態 $(0, 0, 0, 0)$ を初期状態とした場合に何が起るかを答えよ。また, n 個のフリップフロップを用いた線形帰還シフトレジスタが取り得る状態のうち, 巡回に含まれ得ない状態はいくつあるかを述べ, このことから周期の最大値を n を用いて示せ。

7 【選択問題】 数学解析と信号処理

配点：(1-1) 20 点, (1-2) 20 点, (1-3) 15 点, (1-4) 15 点, (2-1) 15 点, (2-2) 20 点, (2-3) 20 点

連続時間系と離散時間系のそれぞれについて以下の各問に答えよ。ただし導出の過程も示すこと。 j を虚数単位 (imaginary unit) とする。

(1) 連続時間信号 (continuous-time signal) $x(t)$ のフーリエ変換 (Fourier transform) を

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

で定義する。以下の各小問に答えよ。

(1-1) 幅 T の矩形パルス (rectangular pulse)

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \left(|t| \leq \frac{T}{2}\right) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

のフーリエ変換 $X(\omega)$ を求めよ。結果は $\sin$ を用いた形で表すこと。

(1-2) 小問 (1-1) で求めた $X(\omega)$ について、 $\omega \rightarrow 0$ における値を求めよ。また、 $\omega > 0$ の範囲で $X(\omega) = 0$ となる ω をすべて示し、最初の零点の位置がパルス幅 T とどのような関係にあるかを 1, 2 行で述べよ。

(1-3) 小問 (1-2) の結果から、パルス幅 T を小さくすると $X(\omega)$ の広がりかどのように変化するかを述べよ。この性質は信号処理においてどのような一般的原理として知られているかを答えよ。

(1-4) フーリエ変換には、時間領域の畳み込み (convolution) が周波数領域の積に対応するという性質

$$\mathcal{F}[(x_1 * x_2)(t)] = X_1(\omega) X_2(\omega)$$

がある。この性質を用いて、小問 (1-1) の矩形パルス $x(t)$ 自身の畳み込み $y(t) = (x * x)(t)$ のフーリエ変換 $Y(\omega)$ を求めよ。また $y(t)$ がどのような波形になるかを、波形の名称と底辺の幅を明示して述べよ。

(2) 離散時間信号 (discrete-time signal) について以下の各小問に答えよ。離散時間の畳み込み和 (convolution sum) を $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$ で定める。

(2-1) $x[n] = \{1, 2, 3\}$ ($x[0] = 1, x[1] = 2, x[2] = 3$, それ以外は 0) および $h[n] = \{1, 1\}$ ($h[0] = h[1] = 1$, それ以外は 0) とする。 $y[n] = (x * h)[n]$ をすべての n について求めよ。

(2-2) z 変換 (z -transform) を $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] z^{-n}$ で定義する。小問 (2-1) の $x[n]$ と $h[n]$ の z 変換 $X(z)$, $H(z)$ をそれぞれ求めよ。さらに $Y(z) = X(z)H(z)$ を計算し、その係数が小問 (2-1) で求めた $y[n]$ と一致することを確認せよ。

(2-3) 一般に、長さ N_1 の信号と長さ N_2 の信号の畳み込みの長さは $N_1 + N_2 - 1$ となる。このことを、 z 変換が多項式 (polynomial) になることに着目して 1, 2 行で説明せよ。また、この事実は小問 (1-4) で求めた連続時間の場合の結果とどのように対応しているかを 1, 2 行で述べよ。